

MA-1116—Primer Parcial —

1. Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  matrices  $4 \times 4$ , con  $\det(A) = \frac{1}{2}$  y

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 18 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Encontrar  $\det(C)$ . (4 puntos)  
b) Si  $(CAB^{-1})^t B^{-1} = I_4$ , calcule  $\det(B)$ . (4 puntos)
2. Dado un sistema con matriz aumentada:

$$A = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & -6 & 3 & 3\alpha & \beta \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \alpha & 3 + \beta \end{array} \right)$$

Encuentre los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los cuales el sistema:

- a) Es inconsistente.  
b) Tiene solución única.  
c) Tiene infinitas soluciones. En este caso, encuentre todas las soluciones del sistema. (9 puntos)
3. Sea

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

. Sin hallar  $A$ , encuentre:

- a)  $\det(A)$   
b) El cofactor  $A_{24}$  (6 puntos)
4. Sean que  $A$  y  $B$  matrices  $n \times n$ . Pruebe que la matriz  $A^t B + B^t A$  es simétrica. (7 puntos)